

ЗАДАНИЕ 1

Поверочный и проектный расчет ступенчатого бруса

Выполнить расчет стального ступенчатого бруса на прочность и жесткость: определить внутренние силовые факторы по участкам; построить эпюры внутренних усилий и напряжений; определить положение опасного сечения; из условия прочности подобрать размеры поперечных сечений; определить деформации каждого из участков в отдельности; построить эпюру перемещения сечений, сделать выводы.

Исходные данные, согласно варианта, принять из таблицы 1, расчетные схемы приведены на рисунке 1.

Предел текучести $\sigma_T = 250$ МПа

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа

Нормативный коэффициент запаса прочности $[n_T] = 1,3-2,2$

Таблица 1

Величина	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_1 , кН	40	55	20	35	20	30	45	15	25	50
F_2 , кН	12	30	35	20	15	20	25	30	35	40
F_3 , кН	60	15	30	25	30	35	40	45	10	20
A , мм ²	300	250	200	350	200	150	300	200	250	350
a , м	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,2	0,4	0,2
b , м	0,5	0,2	0,5	0,4	0,2	0,2	0,4	0,2	0,4	0,5
c , м	0,3	0,4	0,2	0,5	0,3	0,3	0,5	0,4	0,2	0,3

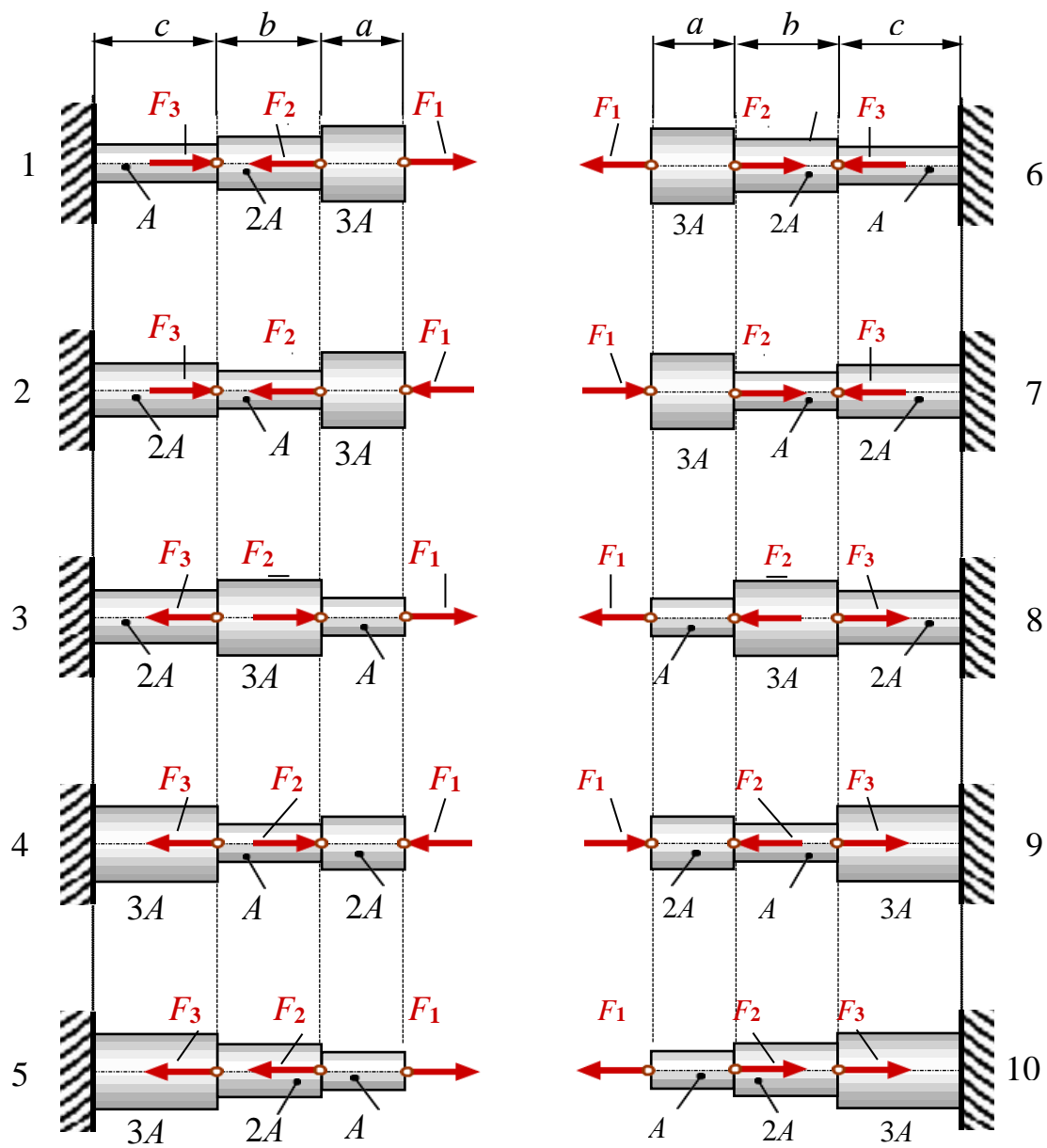


Рисунок 1. Расчетные схемы

Пример выполнения задания

Исходные данные представлены в таблице 2:

Таблица 2

Нагрузки на брус	Площади поперечных сечений бруса	Длины участков бруса
$F_1 = 45 \text{ кН}$	$A_1 = 540 \text{ мм}^2$	$a = 0,3 \text{ м}$
$F_2 = 80 \text{ кН}$	$A_2 = 270 \text{ мм}^2$	$b = 0,2 \text{ м}$
$F_3 = 30 \text{ кН}$	$A_3 = 310 \text{ мм}^2$	$c = 0,4 \text{ м}$
Предел текучести $\sigma_T = 250 \text{ МПа}$		
Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$		
Нормативный коэффициент запаса прочности $[n_T] = 1,3-2,2$		

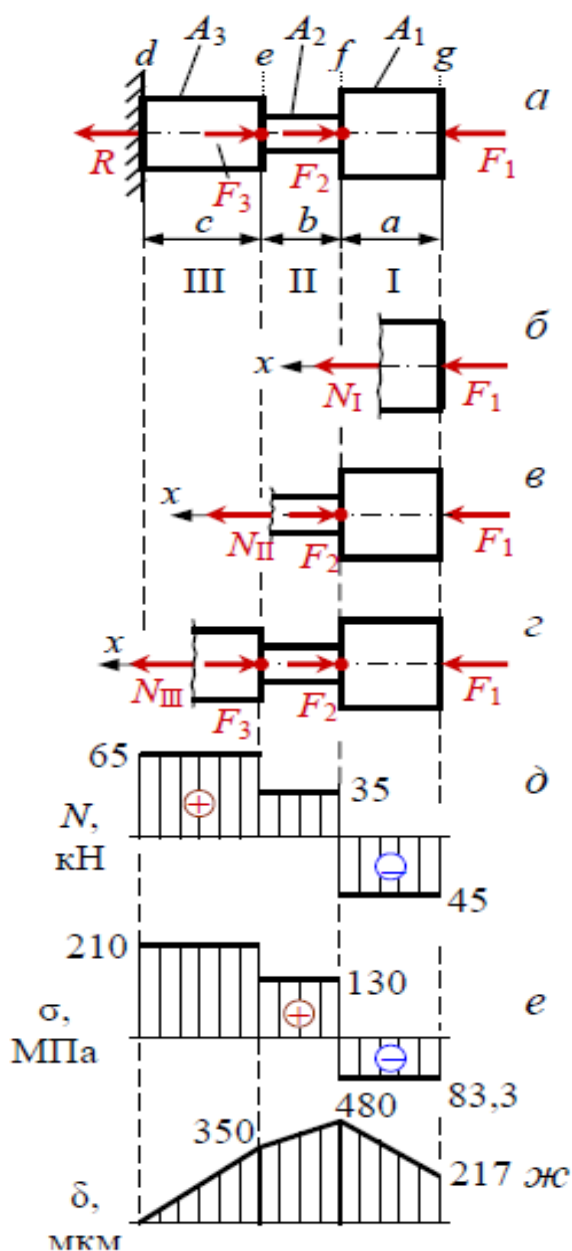


Рисунок 2. Схемы к определению внутренних усилий, напряжений и перемещению сечений

Решение

Разбиваем брус на участки. Границей участка считают: а) точку приложения силового фактора; б) изменение размеров или формы поперечного сечения; в) изменение материала бруса. Брус одним концом защемлен, и в опоре возникает реакция R (рис. 2, а). Для определения внутренних усилий при подходе слева направо, необходимо будет определить опорную реакцию R . Указанную процедуру можно избежать при подходе справа налево, то есть со свободного конца

1. Поверочный расчет

Определение внутренних усилий.

Применяем метод сечений. Рассекаем брус на две части в произвольном сечении участка I. Отбрасываем одну из частей (левую). Заменяем действие отброшенной части внутренним усилием N_I . Внутреннее усилие **всегда** принимаем **положительным, растягивающим**; его вектор направлен от сечения (рис. 2, б). Уравнение равновесия составляем, проецируя все силы на продольную ось x бруса

$$\sum x = 0; N_I + F_1 = 0; \Rightarrow N_I = -F_1 = -45 \text{ кН}.$$

Знак минус указывает на то, что усилие является сжимающим.

Аналогично находим внутренние усилия на втором и третьем участках (рис. 2, в и г):

$$\sum x = 0; N_{II} + F_1 - F_2 = 0; \Rightarrow N_{II} = -F_1 + F_2 = -45 + 80 = 35 \text{ кН}.$$

$$\sum x = 0; N_{III} + F_1 - F_2 - F_3 = 0; \Rightarrow N_{III} = -F_1 + F_2 + F_3 = -45 + 80 + 30 = 65 \text{ кН}.$$

Строим **эпюру внутренних усилий** – *график, изображающий закон изменения внутренних усилий по длине бруса*. Параллельно оси бруса проводим базисную линию (абсциссу графика) и по нормали к ней откладываем найденные выше значения внутренних усилий (ординаты графика) в выбранном масштабе с учетом знака. Положительные значения откладываем выше базисной линии, отрицательные – ниже (рис. 2, д). Поскольку в пределах каждого из участков внутренние усилия неизменны, высоты ординат графика – постоянны и огибающие линии (жирные) – горизонтальны.

Определение напряжений на каждом из участков:

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_1} = \frac{-45 \cdot 10^3}{5,4 \cdot 10^{-4}} = -8,33 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = -83,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{35 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^{-4}} = 1,30 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 130 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_3} = \frac{65 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^{-4}} = 2,10 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 210 \text{ МПа}.$$

Строим эпюру напряжений.

Коэффициенты запаса прочности по отношению к пределу текучести:

$$\text{I участок: } n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_I} = \frac{250}{|-83,3|} = 3,0; \quad \text{прочность избыточна;}$$

$$\text{II участок: } n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{II}} = \frac{250}{130} = 1,92; \quad \text{прочность обеспечена;}$$

$$\text{III участок: } n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{III}} = \frac{250}{210} = 1,19; \quad \text{прочность недостаточна.}$$

Вывод: недогружен участок I, перегружен участок III. Для этих участков выполняем проектный расчет.

2. Проектный расчет

Из условия прочности при растяжении $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$ выполняем подбор размеров поперечных сечений I и III участков, предварительно назначив допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n_T]} = \frac{250}{1,42} = 175 \text{ МПа.}$$

Нормативный коэффициент запаса прочности выбрали из рекомендуемого диапазона значений $[n_T] = 1,3-2,2$.

$$A_I \geq \frac{N_I}{[\sigma]} = \frac{|-45 \cdot 10^3|}{175 \cdot 10^6} = 2,57 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

$$A_{III} \geq \frac{N_{III}}{[\sigma]} = \frac{65 \cdot 10^3}{175 \cdot 10^6} = 3,71 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

3. Определение перемещений сечений

Удлинения каждого из участков

$$\Delta l_{\text{I}} = \frac{N_{\text{I}} \cdot a}{E \cdot A_{\text{I}}} = \frac{-45 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,57 \cdot 10^{-4}} = -263 \text{ мкм.}$$

$$\Delta l_{\text{II}} = \frac{N_{\text{II}} \cdot b}{E \cdot A_{\text{II}}} = \frac{35 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,7 \cdot 10^{-4}} = 130 \text{ мкм.}$$

$$\Delta l_{\text{III}} = \frac{N_{\text{III}} \cdot c}{E \cdot A_{\text{III}}} = \frac{65 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,71 \cdot 10^{-4}} = 350 \text{ мкм.}$$

Перемещения сечений. За начало отсчета принимаем сечение d . Оно зашцевлено, его перемещение равно нулю $\delta_d = 0$.

$$\delta_e = \Delta l_{\text{III}} = 350 \text{ мкм;}$$

$$\delta_f = \Delta l_{\text{III}} + \Delta l_{\text{II}} = 350 + 130 = 480 \text{ мкм;}$$

$$\delta_g = \Delta l_{\text{III}} + \Delta l_{\text{II}} + \Delta l_{\text{I}} = 350 + 130 - 263 = 217 \text{ мкм.}$$

Строим эпюру перемещений.

Выводы

1. Выполнен поверочный расчет ступенчатого бруса. Прочность одного из элементов обеспечена; другого – избыточна; третьего – недостаточна.
2. Из условия прочности при растяжении подобраны площади поперечных сечений двух элементов конструкции.
3. По результатам проектного расчета вычислены деформации каждого элемента конструкции. Крайнее сечение переместится относительно защемления на 217 мкм в сторону от защемления.

